

プログラム EPIDEMIC 説明書 (第 3b 版)

S.Yamauchi

2020 年 8 月 1 日

目次

1	感染症伝播の SEIR モデル	2
2	プログラムの機能	3
3	プログラムの使用法	4
3.1	メニュー	4
3.2	計算条件等のパラメータ入力	6
4	計算例	7
4.1	計算対象と条件	7
4.2	パラメータの入力	8
4.3	シミュレーション結果	9

改訂記録

初版	2020 年 5 月 5 日	
2 版	5 月 6 日	(1) S, E, I, R の初期値を入力可能とした。(2) ワンタイム介入を最大 3 回まで、反復可能とした。
2b 版	5 月 14 日	T_E のデフォルト値を 4.5 から 4.6 に訂正した。 (ハーバード大学チームに正確に合わせるため)。
3 版	6 月 6 日	日本の現状に合わせ、基準人口 1 万人から 10 万人に変更した。 グラフ文字サイズをウィンドウサイズ連動に変更した。
3b 版	8 月 1 日	(1) ワンタイム介入を最大 5 回まで、反復可能とした。 (2) 日ごとの新規感染者数をグラフ表示に追加した。 (3) デフォルト値を $T_E = T_I = 2.4$ に変更した。

1 感染症伝播の SEIR モデル

総人口 N の集団である感染症が伝播する現象を、近似的に下記の数式で表すことができる。

$$\text{感受性者数} : \frac{dS}{dt} = -\beta SI \quad (1)$$

$$\text{潜伏者数} : \frac{dE}{dt} = \beta SI - \epsilon E \quad (2)$$

$$\text{感染者数} : \frac{dI}{dt} = \epsilon E - \gamma I \quad (3)$$

$$\text{回復者数} : \frac{dR}{dt} = \gamma I \quad (4)$$

ここで、 S はその感染症の免疫を持っていない人の数 (Susceptible)、 E は感染後、他への感染性をまだ持たない人の数 (Exposed)、 I は、他への感染性を持った人の数 (Infectious)、 R は感染後回復して免疫を持っている人の数 (Recovered) である。集団の構成員は、この S, E, I, R の四つの区画 (Compartment) を順に

$$S \xrightarrow{(\beta I)} E \xrightarrow{(\epsilon)} I \xrightarrow{(\gamma)} R \quad (5)$$

のように遷移し、ある個人がある区画から次の区画へ単位時間に遷移する確率が、単純に βI 、 ϵ 、 γ に比例する (放射性原子核の崩壊に類似) と仮定している。回復して免疫を得た人の数 R は 1 年ないし数年で免疫を失い、 S の区画へ戻るが、これは別途考える。また、死去や誕生は無視しているので、総人口 $N = S + E + I + R$ は一定となっている。

係数 ϵ 、 γ に関して、区画 E 、 I に属する人がその区画内に留まる確立が継続期間 (日数) の指数分布に従うとすると、その平均継続期間は

$$\text{平均潜伏期間} : T_E = \frac{1}{\epsilon}$$

$$\text{平均感染期間} : T_I = \frac{1}{\gamma}$$

となる。したがって、区画 E 、 I の平均継続期間が既知であれば、 ϵ 、 γ は次式より求まる。

$$\epsilon = \frac{1}{T_E} = \frac{1}{\text{平均潜伏期間}} \quad (6)$$

$$\gamma = \frac{1}{T_I} = \frac{1}{\text{平均感染期間}} \quad (7)$$

一方、係数 β (または、それに総数 N を乗じた $\beta' = \beta N$ *) について見ると、式 (1)、(2) の S から E への遷移速度 βSI は、ある一人の感受性者 S が複数の不特定個人と接触して 1 日で潜伏者 E となる確率が

$$\beta I = \beta' \frac{I}{N}$$

で表される (ただし $\beta I < 1$) と仮定していることを意味する。別の視点から見ると、ある一人の感染者 I が複数の不特定個人と接触して 1 日で潜伏者 E とする人数が

$$\beta S = \beta' \frac{S}{N}$$

*1 国内では β を用いている説明が多いが、海外では β' が多く用いられている。その意味や次元を考えれば、 β' の方がわかりやすい。

で表されると仮定していると解釈することもできる。いずれにしても、 $\beta' = \beta N$ は、ある平均的個人が感染伝播につながり得る接触を行う 1 日当たりの頻度 (接触率) を意味し、対象とする感染症の伝染しやすさと共に、社会的な交流の多さにも依存する量であると考えることができる。

一人の感染者 I が感染期間 (その平均値は $1/\gamma$) 内で感染させる人の数の平均値は、

$$\beta S \times (\text{平均感染期間}) = \frac{\beta S}{\gamma}$$

となるので、基本再生産数 R_0 (感受性者 S のみで構成されている集団内で、一人の感染者が他へ感染させる平均人数) は、 S を N に置き換えて次式で表される。

$$\text{基本再生産数} : R_0 = \frac{\beta N}{\gamma} \quad (8)$$

したがって、 R_0 が与えられると β は次式で計算できる。

$$\beta = \frac{\gamma R_0}{N} \quad (9)$$

R_0 は β と同様に、その感染症の伝染しやすさと、社会的な交流の多さとの双方に依存する量であると考えられる。

式 (6)、(7)、(9) を用いて、各パラメータ ϵ 、 γ 、 β が計算できる。

次に、この集団内で「社会的距離」措置などの人為的な介入を行ったとすると、それは、式 (1)、(2) の β の値を減少させることに等しい。その減少率を接触減少率 ϕ として、 β の代わりに次式の β_1 を用いる。

$$\beta \leftarrow \beta_1 = (1 - \phi)\beta \quad (10)$$

この場合、感受性者数 S の集団で、一人の感染者から新たに感染される平均人数は次式となる。

$$\text{実効再生産数} : R_e = \frac{\beta_1 S}{\gamma} = \frac{(1 - \phi)\beta S}{\gamma} = (1 - \phi) \frac{S}{N} R_0 \quad (11)$$

適当な「社会的距離」措置による介入 ϕ の下で、感受性者数 S が減少し、 $R_e < 1$ となれば、感染拡大が防止できる。

また、感染者の隔離を行った場合も、同様の効果を生じると考えられる。この場合は、上記の減少率 ϕ として「感染者 I のうち隔離できた人の比率」を用いればよい。この隔離措置がある限定期間内でのみ行われるのであれば、式 (10) に従って β を補正すればよいが、計算対象期間全体にわたって一定比率で行えるのであれば、 R_0 そのものを変更すればよい。

2 プログラムの機能

プログラムは、所定のパラメータ R_0 、 T_E 、 T_I のもとで、式 (1) ~ (4) の連立常微分方程式をルンゲ=クッタ法で数値積分し、各区分の人数 S, E, I, R の時間 (経過日数) 推移を画面上にグラフ表示する。同時に、日ごとの新規感染者 $B(t) = -dS(t)/dt$ も表示する。集団の総数は、(1 人に比べて) 十分に大きければ影響しないが、表示の便宜上、 $N = 10,000$ 人として表示する。

計算に際して、感染の季節依存性等の特性変化は考慮せず、 R_0 、 ϵ 、 γ 等のパラメータは一定値であるとする。ただし、感染対策措置による下記の 2 種類の方式の人為的介入を考えて、式 (10) により β を変更する。

(介入なし) 人為的介入を行わない。

表 1 メニュー一覧

主メニュー	サブメニュー	機能
File	Print	画面の印刷
	pRinter setup	プリンタの選択・設定
	eXit	プログラムの終了
No intervention	Calculate	人為的介入なしの計算
	Main parameters	主パラメータの変更
Intervention	One-time	ワンタイム介入の計算
	Intermittent	断続的介入の計算
	Main parameters	主パラメータの変更
Scale		グラフ表示範囲の変更
Help		(なし)

(介入 1) 所定の期間だけ所定の強さの介入を数回 (5 回まで) 行う (ワンタイム介入)。

(介入 2) 感染者数 I が、あるしきい値を超えた時から別のしきい値に下降する時まで、所定の強さの介入を繰り返し行う (断続的介入)。

3 プログラムの使用方法

3.1 メニュー

プログラムのメニュー一覧を表 1 に示す。

計算に関する機能は、"No intervention" と "Intervention" の二つの主メニューの中に含まれ、"Intervention" の中に前記の 2 種類の介入がサブメニューとして含まれる。(介入なし) の場合は、"No intervention" -> "Calculate" と選択すると、結果がグラフ表示される。(介入 1) または (介入 2) の場合は、"Intervention" -> "One-time"、または "Intervention" -> "Intermittent" を選択すると、介入パラメータ変更ダイアログの後、計算結果がグラフ表示される。

再度いずれかの介入方式 (介入なしを含む) を選択すると、以前の計算結果とは関係なく、新たに計算し直す。"File" -> "Print" を選択すれば、現在のグラフ画面を標準プリンタへ再描画する。全計算結果は、当該フォルダー内に temp.dat 名のファイルに記録されている。このファイルは、次回の計算時に上書きされ、またプログラム終了時に削除されるので、必要ならファイル名を変更すれば保存できる。

"No intervention" -> "Main parameters" または "Intervention" -> "Main parameters" を選択すると、全ての計算で共通のパラメータ (R_0 , T_E , T_I , T_{max}) を変更できる。どちらのメニューも共通パラメータのみを変更して、前回計算した介入方式で再計算する。

"Scale" メニューはグラフで表示する座標範囲を変更するのみであり、計算結果や次回の計算に影響しない。また、"Help" メニューは準備されていない。

表2 主パラメーター一覧

入力プロンプト	パラメータの機能	許容範囲	デフォルト値	単位
Main parameters				
R0	基本再生産数 R_0	$0 < R_0$	2.5	-
latent days	平均潜伏日数 T_E	$0 < T_E$	2.4	日
infectious days	平均感染日数 T_I	$0 < T_I$	2.4	日
T_max	計算日数 T_{\max}	$0 < T_{\max} < 10000$	200.0	日
S(0)	S の初期値 S_0	(表示のみ)	99999.0	人/100K
E(0)	E の初期値 E_0	$0 < E_0 < 100000$	1.0	人/100K
I(0)	I の初期値 I_0	$0 < I_0 < 100000$	0.0	人/100K
R(0)	R の初期値 R_0	$0 < R_0 < 100000$	0.0	人/100K

表3 人為的介入パラメーター一覧

入力プロンプト	パラメータの機能	許容範囲	デフォルト値	単位
One-time intervention				
Redct1	1 回目接触減少率 ϕ_1	$0 < \phi_1 < 1$	0.8	-
t_srt1	1 回目介入開始日 $t_{\text{srt}1}$		10.0	日
t_stp1	1 回目介入終了日 $t_{\text{stp}1}$		70.0	日
Redct2	2 回目接触減少率 ϕ_2	$0 < \phi_2 < 1$	0.0	-
t_srt2	2 回目介入開始日 $t_{\text{srt}2}$		70.0	日
t_stp2	2 回目介入終了日 $t_{\text{stp}2}$		70.0	日
Redct3	3 回目接触減少率 ϕ_3	$0 < \phi_3 < 1$	0.0	-
t_srt3	3 回目介入開始日 $t_{\text{srt}3}$		70.0	日
t_stp3	3 回目介入終了日 $t_{\text{stp}3}$		70.0	日
Redct4	4 回目接触減少率 ϕ_4	$0 < \phi_4 < 1$	0.0	-
t_srt4	4 回目介入開始日 $t_{\text{srt}4}$		70.0	日
t_stp4	4 回目介入終了日 $t_{\text{stp}4}$		70.0	日
Redct5	5 回目接触減少率 ϕ_5	$0 < \phi_5 < 1$	0.0	-
t_srt5	5 回目介入開始日 $t_{\text{srt}5}$		70.0	日
t_stp5	5 回目介入終了日 $t_{\text{stp}5}$		70.0	日
	$0 \leq t_{\text{srt}1} < t_{\text{stp}1} \leq t_{\text{srt}2} < t_{\text{stp}2} \leq t_{\text{srt}3} < t_{\text{stp}3} \leq t_{\text{srt}4} < t_{\text{stp}4} \leq t_{\text{srt}5} < t_{\text{stp}5} \leq T_{\max}$			
Intermittent intervention				
Reduction	接触減少率 ϕ	$0 < \phi < 1$	0.8	-
On_threshold	介入開始しきい値 (人数) I_{on}	$I_{\text{off}} < I_{\text{on}} < 100000$	350.0	人/100K
Off_threshold	介入終了しきい値 (人数) I_{off}	$0 < I_{\text{off}} < I_{\text{on}}$	50.0	人/100K

3.2 計算条件等のパラメータ入力

計算に必要な入力パラメータ等を表2、3に示す。これらはデフォルト値として示す値が、プログラム内の変数の初期値として設定しており、必要に応じて変更すれば、その最後の変更値が、プログラムを完全に終了するまで有効となる。

表2の "Main parameters" の枠で示す R_0, T_E, T_I のパラメータ、計算日数 T_{\max} 、および S, E, I, R の初期値は全ての介入方式(介入なしも含む)に共通である。 S_0 の値は、入力ダイアログに現在の設定値が表示されるだけであり、ダイアログ終了時に新たな値 $S_0 = 100000 - E_0 - I_0 - R_0$ に変更する。その補正值が負となる場合は、 $S_0 \rightarrow R_0 \rightarrow I_0 \rightarrow E_0$ の順に、入力値または補正值を0に置き換えて補正する。"One-time intervention" および "Intermittent intervention" の枠内で示すパラメータは、その介入方式に対してのみ有効であり、他の介入方式で計算を行っても、元の値が残っている。

表3の "One-time intervention" 内の介入開始/終了日 $(t_{\text{srt}1}, t_{\text{stp}1}), (t_{\text{srt}2}, t_{\text{stp}2}), (t_{\text{srt}3}, t_{\text{stp}3}), (t_{\text{srt}4}, t_{\text{stp}4}), (t_{\text{srt}5}, t_{\text{stp}5})$ はこの順に実施されると想定し、連続してもよいが重複は不可とする。介入を指定していない期間では、何の介入も無い ($\phi = 0$) として計算する。

いずれの場合でも、表の許容範囲列で示す範囲の値を想定している。範囲外の値を入力した場合のチェックは不十分である。

また、計算時間刻み (= 0.25 日)、最大計算ステップ (= 40000) などのパラメータは、プログラム中で固定している。

表 4 COVID-19 日本における感染拡大の経過

月日	おもな出来事	起点日よりの日数
1月16日	全国で最初の感染者	-30
2月15日	(起点日)	0
4月7日	7都府県へ緊急事態宣言発出	52
4月16日	全国へ緊急事態宣言拡大	61
5月14日	39県で緊急事態宣言を解除	89
5月21日	関西2府1県で緊急事態宣言を解除	96
5月25日	首都圏・北海道の緊急事態宣言解除	100
6月19日	都府県間自粛要請の全国解除	125
7月22日	Go To キャンペーン開始	158
7月23日	(観測値の最終日)	159
8月3日	(緊急避難対策タイムリミット)	170

表 5 期間ごとの再生産数、減少率の推定結果

	全国
人口	12714 万
起点日 (2/25) の市中感染者数推定	
人	10
人/100K	0.00787
実効再生産数 (減少率) $R_0 = 2.5$	
0 ~ 61 日	1.5 (0.4)
61 ~ 100 日	0.7 (0.72)
100 ~ 170 日	1.25 (0.5)
(170 日 ~)	1.0 (0.6)

4 計算例

4.1 計算対象と条件

日本全体における新型コロナウイルスの感染初期 (2月15日) から今日までの、感染状況をシミュレートする (表 4)。別のプログラム RView(v.2) [1] によりこの間の実効再生産数の推移を推定した結果を表 5 に示す。この結果を本プログラム epidemic (V. 3b) に用いてシミュレーションする例を、以下に示す。

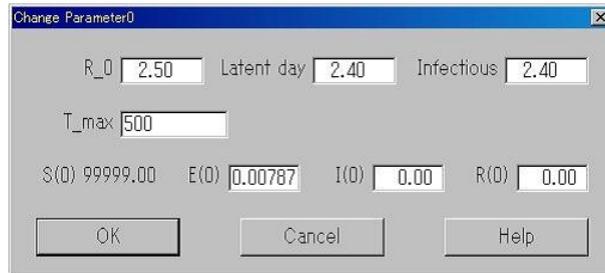


図1 主パラメータの入力

4.2 パラメータの入力

COVID-19 ウイルスの標準的性質として、発症間隔分布が平均値 4.8 日、標準偏差 2.3 日のワイブル分布をなすとされているが、SEIR モデルで実現できるのは $\frac{\text{標準偏差}}{\text{平均値}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \sim 1$ の範囲である [2]。平均値だけを合わせて標準偏差最小となるように、 $T_E = T_I = 2.4$ 日 (分布の平均値 4.8、標準偏差 3.394) とする。基本再生産数は $R_0 = 2.5$ である。

メニューの "No intervention" または "Intervention" の中で、サブメニュー "Main parameters" を選ぶと、表示されるダイアログで、基本再生産数 R_0 、上記分布の平均値 mean、標準偏差 s.d、その他を入力する。この 3 パラメータも表 5 を求めた条件に合わせるべきである。それに続くパラメータは、目的に合わせて変えればよいが、1 日あたりの隔離率 gamma_0 、計算日数 T_{max} 、市中の初期感染者数 $I(0)$ 、初期回復者数 $R(0)$ に表 5 の値を入れる。

人為的介入を選択していないので、起動時の介入なしの設定のまま計算が行われて、結果が表示される。

画面表示のグラフは無視して、メニュー "Intervention" -> "One-time" を選ぶと、介入条件を入力するダイアログが表示されるので、予定した表 5 に従って入力する (図 2)。

この例では、2 月 15 日を第 0 日として、第 0 ~ 61.0 日の間 (緊急事態宣言以前) は接触減率 0.4、第 61.0 ~ 100.0 日の間 (全国緊急事態宣言発出中) は接触減少率 0.72、第 100.0 ~ 170.0 日の間 (緊急事態宣言解除後) は接触減少率 0.5、第 170.0 ~ 500.0 日の間 (第 2 波到来による自粛) は接触減少率 0.6 と入力し

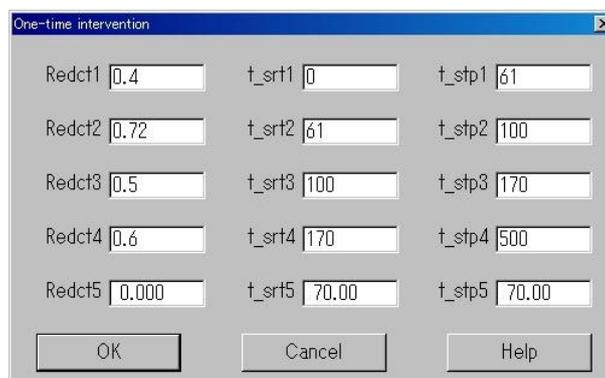


図2 ワンタイム介入パラメータの入力

ている。

日は連続な時間の単位であり、整数を入力しても小数部を伴う実数として扱っている（第 61 日と第 62 日の間には 24 時間の空白時間が残る）。1 日の開始は、午前 0 時でも午前 9 時でも、適当に解釈すればよい。上の例では、4 回の介入の期間は途切れずに繋がっているが、介入が途中で切れた場合は、その間は減少率 0.0（つまり基本再生産数 R_0 を用いる）として計算する。もし期間が重複した場合は、後方の期間が削減補正される。

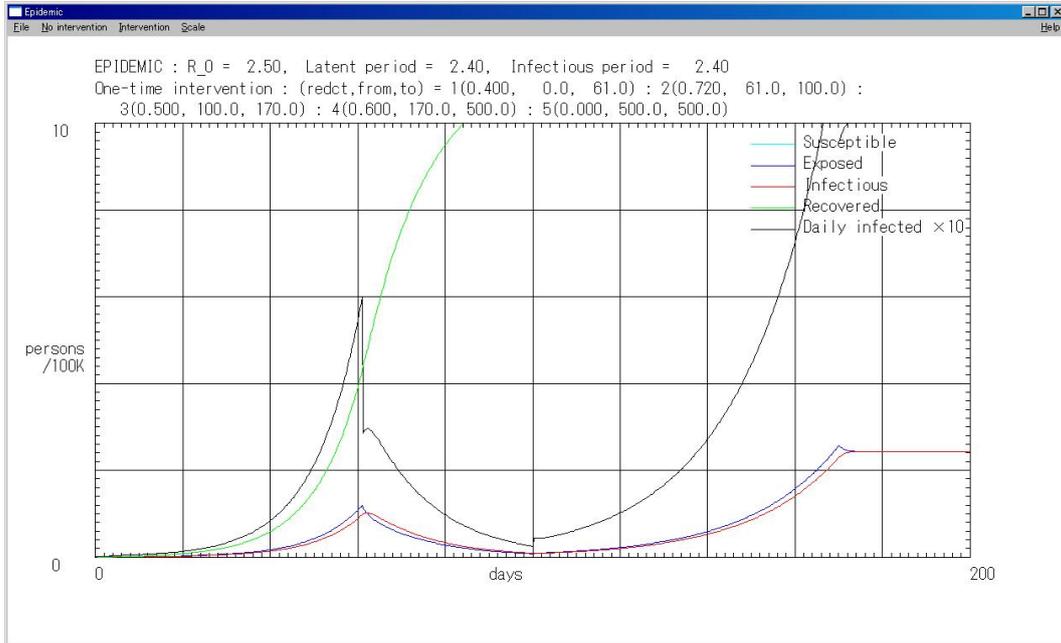
4.3 シミュレーション結果

以上の入力のもとで計算した結果を図 3 (a), (b) に示す。同図 (a) は元の表示から縦軸のスケールを拡大しており、(b) はその縦軸横軸の表示範囲を変更しただけのものである。水色曲線は感受性者 $R(t)$ (100,000 人/10 万人に近い大きな値で表示範囲外)、青色曲線は市中の(感染後)潜伏者 $I(t)$ 、赤色曲線は市中の感染性者 $I(t)$ 、緑色曲線は回復者 $R(t)$ 、黒色曲線は日ごとの新規感染者 $B(t)$ であるが、新規感染者だけは 10 倍した数値をグラフ表示している。

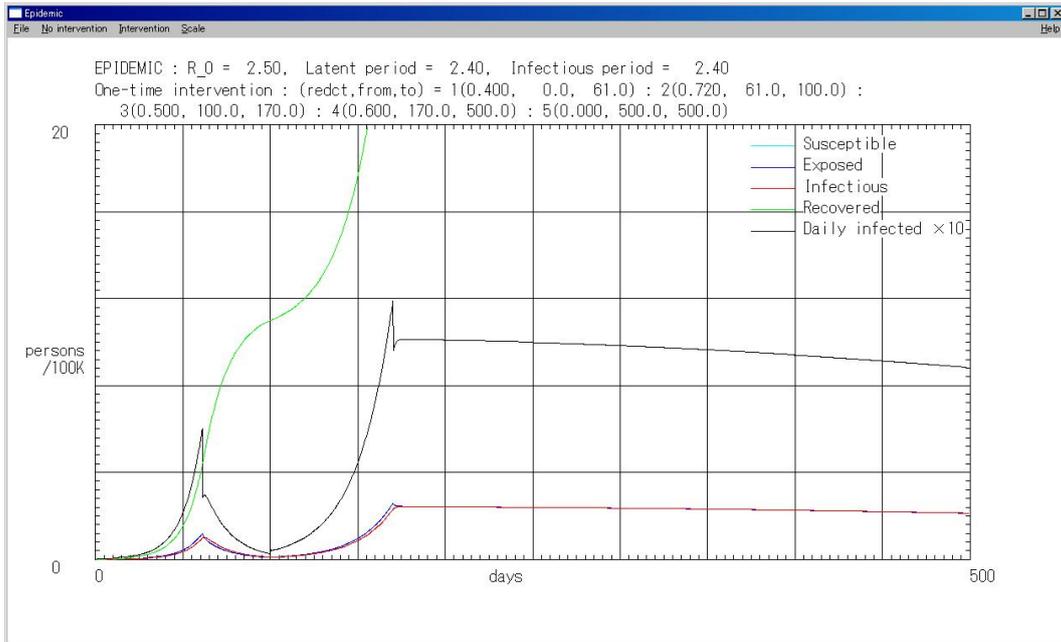
第 2 波は既に始まっており、8 月 3 日(第 170 日)の時点で第 1 波以上の感染者となっている。遅きに失しているが 170 日時点以降、最小限の規制(自粛要請)で減少率 0.6 として実効再生産数を 1.0 まで下げると、拡大が止まり、日ごと新規感染者と市中感染者共にほぼ一定の水準で推移する。それらが少しずつ低下するのは、少ない比率であるが市中に居る免疫所持者(回復者) R のためである。

参考文献

- [1] S.Yamauchi, "プログラム Rview 説明書 (V.2)", 2020.07.30
- [2] S.Yamauchi, "感染の発症間隔分布を考慮した SiR モデル, 2020.07.29



(a) 200 日後まで



(b) 500 日後まで

図 3 計算結果