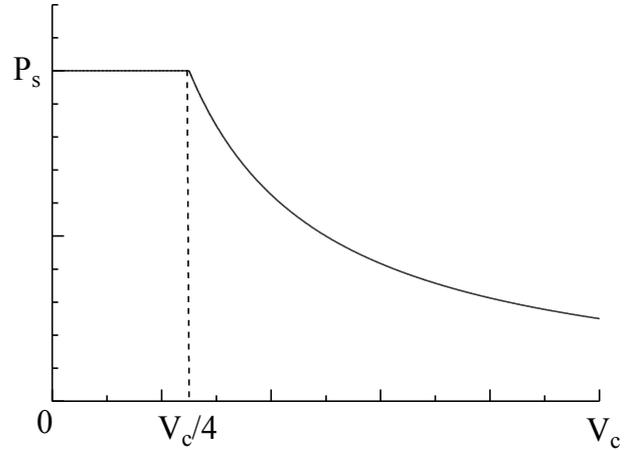


() () 番 氏名 () 月 日

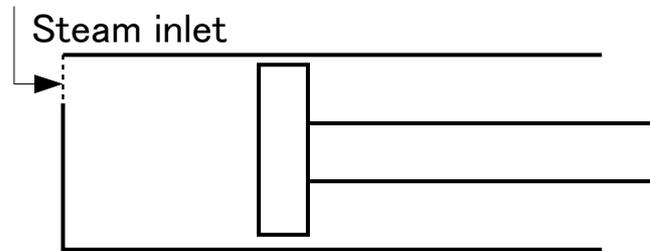
3-1. 行程容積 1.00m^3 の蒸気機関シリンダに $P_s=1.10\times 10^5\text{ Pa}$ の蒸気を供給する。ピストンが上死点にあるとき、すきま容積は無視できるとして、ピストンが行程の $1/4$ 動くまで蒸気を供給し、その後下死点までの $3/4$ 行程は蒸気を遮断したまま膨張する。ワットは蒸気を遮断して膨張するとき、圧力は体積に反比例するとして次式を用いてピストンから得られる仕事を計算した。



$$P = P_s \frac{V_c}{4V}$$

ピストンが上死点から下死点へ動く 1 行程の間に得られる仕事を求めよ。

ただし、ピストンの背面は真空であると考えろ。



(hint)

$$W = \int_0^{V_c} P dV = P_s \int_0^{V_c/4} dV + P_s \frac{V_c}{4} \int_{V_c/4}^{V_c} \frac{dV}{V} = P_s \times \frac{V_c}{4} + P_s \frac{V_c}{4} \times \ln \frac{V_c}{(V_c/4)}$$

ただし、 $P_s=1.10\times 10^5\text{ Pa}$, $V_c = 1.00\text{ m}^3$ 単位は $\text{Pa}\times\text{m}^3=\text{N m}$ となる。

(微積分で用いる \log は \log_e の意味であり、通常 \ln と表す。)

(解答)

$$\begin{aligned} W &= \int_0^{V_c} P dV = \int_0^{V_c/4} P_s dV + \int_{V_c/4}^{V_c} P_s \frac{V_c}{4V} dV = P_s \frac{V_c}{4} + P_s \frac{V_c}{4} \ln 4 = \frac{P_s V_c}{4} (1 + \ln 4) \\ &= \frac{1.10\times 10^5 \times 1.00\text{ Pa m}^3}{4} \times 2.3863 = 0.65623 \times 10^5\text{ J} \end{aligned}$$

Ans. 65.6 kJ