第8回 完全ガスの状態変化(2／3)

1．等温変化

等温で膨張させるには加熱を要し，等温で圧縮するには，冷却を要する。
一定温度の熱源と接触させて，ゆっくり変化させると等温変化

P,V,T の関係

条件式:　$T_1 = T_2$

したがって:　$p_1 V_1 = p_2 V_2$　(ボイルの法則またはマリオットの法則)

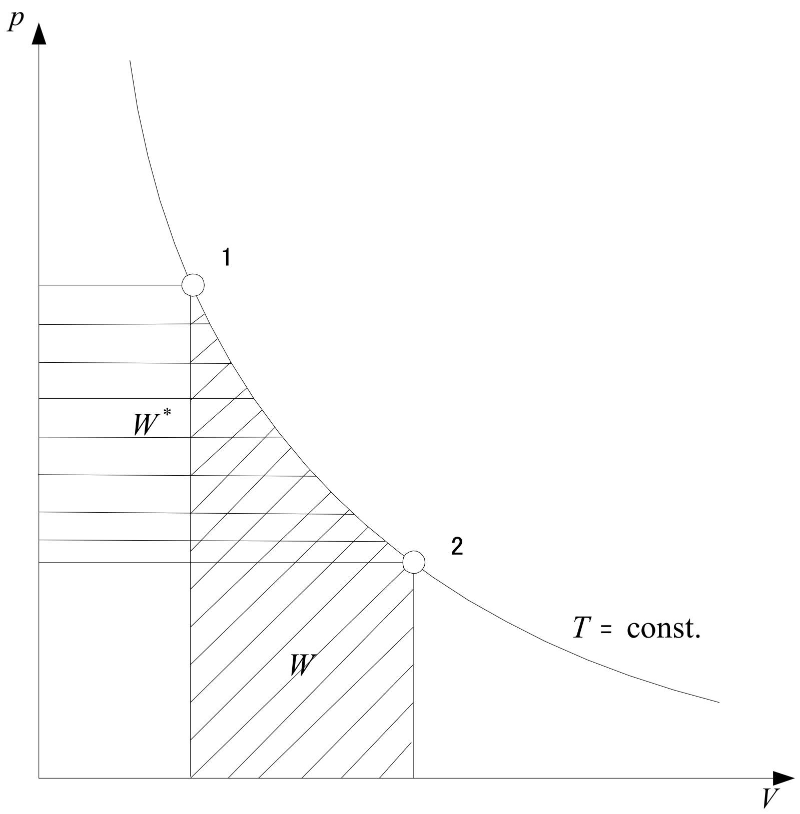
温度が一定ゆえ，ジュールの法則より，U，H は変化しない

$U_1 = U_{2,}$　$H_1 = H_2$

仕事&熱量

第一法則　$Q = \Delta U + W = \Delta H + W^*$　で，　$\Delta U = \Delta H = 0$　として，
加熱量は外へした絶対仕事または工業仕事に等しい（　$Q = W = W^*$　）

$$Q_{12} = W_{12} = W^*_{12} = \int_1^2 p\,dV = \int_{V_1}^{V_2} \frac{GRT}{V} dV = GRT[\ln V]_{V_1}^{V_2} = GRT\ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = GRT\ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)$$



2. 断熱変化(等エントロピー変化)

断熱で圧縮すると, 圧力が上昇すると共に, 温度も上昇
温度が上昇しないとすると, 圧力は体積に反比例して上昇するので,
断熱圧縮では, 等温圧縮以上に圧力が上昇する。
断熱膨張でも同様
(イメージできること)

P,V,T の関係

$$(p_{1,}V_{1,}T_1)\rightarrow(p_{2,}V_{2,}T_2)$$

成立する関係式

第一法則の式(ただし可逆変化とする)　$dQ=Gc_v dT+p dV=0$

完全ガスの状態式　$pV=GRT$　より　$pdV+V dp=GR dT$

これより, dT を消去

$$\frac{c_v}{R}(pdV+V dp)+p dV=0$$

$R=c_p-c_v$　を用いて整理

$$c_v V dp+c_p p dV=0 \quad \text{または} \quad \frac{1}{p}dp+\kappa\frac{1}{V}dV=0$$

( $p, V$ に関する微分方程式)

$\kappa=\text{const.}$　として(狭義の完全ガスと仮定), 積分すると

$$\ln p+\kappa \ln V=\text{const.} \quad \text{または} \quad p V^{\kappa}=\text{const.}$$

これに　$pV\propto T$　を用いて,　$p$　または　$V$　の代わりに　$T$　で表すと,

$$T V^{\kappa-1}=\text{const.} \quad , \quad \frac{T}{p^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}=\text{const.}$$

$U$　および　$H$　は,

$$U_2-U_1=G c_v(T_2-T_1) \quad , \quad H_2-H_1=G c_p(T_2-T_1)$$

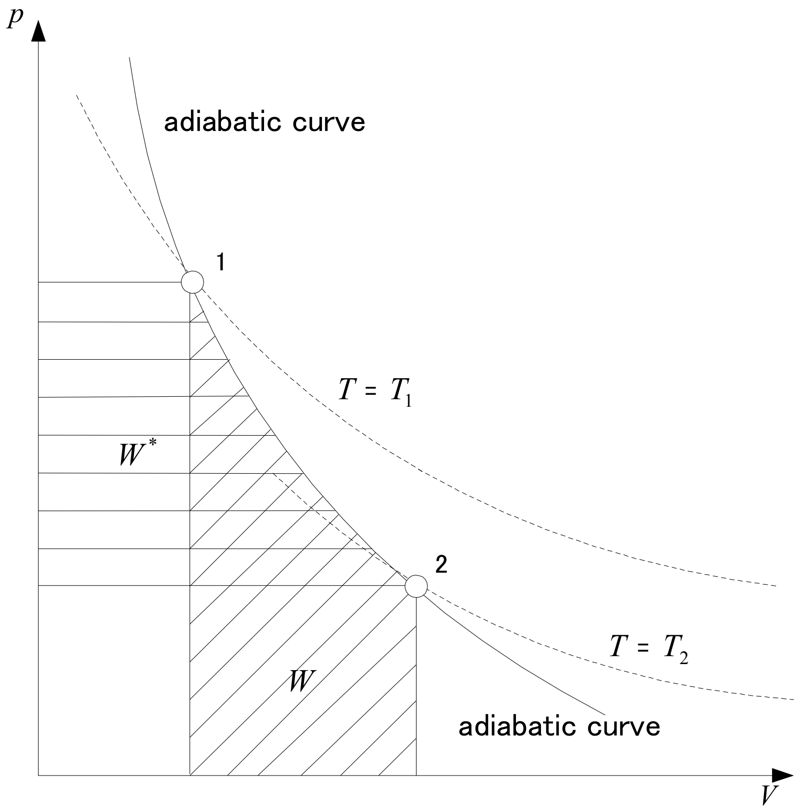
仕事は,

エネルギー保存則より, 外へした仕事は内部エネルギーの減少量に等しいので,

$$W_{12}=U_1-U_2=G c_v(T_1-T_2)$$

同様に工業仕事はエンタルピーの減少量に等しいので,

$$W_{12}^{*}=H_1-H_2=G c_p(T_1-T_2)$$



p
adiabatic curve
1
T = T1
W*
2
T = T2
W
adiabatic curve
V